

2021 年福州一中高中招生测试 (“植基” 计划, 数学类物理子项)

专业测试

数学答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7
B	D	A	C	A	D	C

二、填空题

8.  $-\frac{7}{5}$       9. 10

三、解答题

10. 【解析】证明: (1) 延长  $CD$  至  $M'$ , 使得  $DM' = BM$ , 连接  $AM'$ ,

在正方形  $ABCD$  中,

$AD = AB, \angle DAC = \angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$

$\angle M'DA = 90^\circ = \angle ABC$

$\therefore \triangle ADM' \cong \triangle ABM (SAS) \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$\therefore \angle DAM' = \angle BAM, AM' = AM \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

Q  $\angle NAM = 45^\circ,$

$\therefore \angle DAN + \angle BAM = 45^\circ$

$\therefore \angle M'AN = \angle DAN + \angle BAM' = \angle DAN + \angle BAM = 45^\circ \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

所以  $\triangle AMN \cong \triangle AM'N (SAS) \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

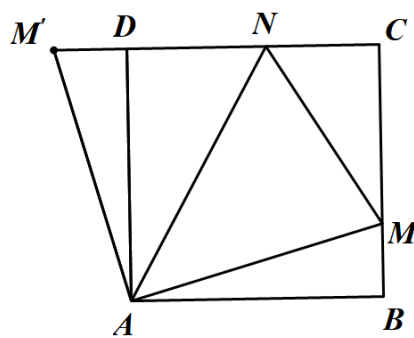
故  $MN = M'N = BM + DN \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

(2) 不妨设正方形边长为 1, 则  $BM = \tan \alpha, DN = \tan \beta, \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

在  $Rt\triangle CMN$  中,  $CM^2 + CN^2 = MN^2$ , 即  $\dots\dots\dots (11 \text{ 分})$

$(1 - \tan \alpha)^2 + (1 - \tan \beta)^2 = (\tan \alpha + \tan \beta)^2, \dots\dots\dots (13 \text{ 分})$

化简得  $\tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1. \dots\dots\dots (14 \text{ 分})$



11. 【解析】(1) 若正整数  $n$  满足条件, 则

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = 2021, \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{即 } n^2 + n - 4042 = 0.$$

因为  $D = 1^2 - 4 \times (-4042) = 16169$ ,

所以  $127^2 < D < 128^2$ ,  $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

故  $\Delta$  不是完全平方数, 原方程无整数根, 这与  $n$  是正整数矛盾.

故不存在满足条件的  $n$ .  $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

(2) 取  $n = 2021$ , 有

$$1 + 2 + \dots + 2021 = \frac{2021 \times 2022}{2} = 2021 \times 1011 \text{ 是 } 2021 \text{ 的整数倍.}$$

故满足题意的  $n$  存在.  $\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

下面求  $n$  的最小值,

情况一: 若  $2021|n$ . 则  $n$  最小等于 2021;  $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

情况二: 若  $2021|n+1$ . 则  $n$  最小等于 2020;  $\dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

情况三: 若  $43|n, 47|n+1$ .

设  $n = 47m - 1$ , 其中  $m$  是正整数. 则

$$43|47m - 1 \Rightarrow 43|43m - (4m - 1) \Rightarrow 43|4m - 1.$$

取  $4m - 1 = 43$ , 解得  $m = 11$ .

故  $m$  最小等于 11, 而  $n$  最小等于  $47 \times 11 - 1 = 516$ ;  $\dots\dots\dots (11 \text{ 分})$

情况四: 若  $47|n, 43|n+1$ .

设  $n = 47m$ , 其中  $m$  是正整数. 则

$$43|47m + 1 \Rightarrow 43|43m + (4m + 1) \Rightarrow 43|4m + 1.$$

注意到  $4m + 1$  是奇数, 故先考虑  $4m + 1 = 43$ , 解得  $m = \frac{21}{2}$  不是正整数.

再考虑  $4m + 1 = 3 \times 43$ , 解得  $m = 32$ .

故  $m$  最小等于 32, 而  $n$  最小等于  $47 \times 32 = 1504$ .  $\dots\dots\dots (13 \text{ 分})$

综上, 满足题的  $n$  的最小值是 516.  $\dots\dots\dots (14 \text{ 分})$

## 物理答案

1.D 2.B 3.C 4.D 5.C

6. 80 (2分) 4 (3分) 7. 17.5 (2分) 6 (3分)

8. 答案: (1)  $\eta = \frac{P_m s}{\rho V q v_m} \times 100\%$  (2)  $\Delta m = m - \frac{\eta_1}{\eta_2} m$  (3)  $p = \frac{4P_m t}{3n\pi D^2 L}$

【解析】(1) 发动机做有用功的能量  $W_{\text{有}} = P_m t' = P_m \frac{s}{v_m}$  .....2分

燃料燃烧放出的总能量  $Q_{\text{总}} = mq = \rho V q$  ..... 1分

则发动机的效率  $\eta = \frac{W_{\text{有}}}{Q_{\text{总}}} \times 100\% = \frac{P_m s}{\rho V q v_m} \times 100\%$  .....1分

(说明: 没写%也给分)

(2) 因为安装增压器前后有用功相同, 所以  $\eta_1 q m = \eta_2 q m'$  .....1分

即  $\Delta m = m - m' = m - \frac{\eta_1}{\eta_2} m$  .....1分

(3)  $t$  时间做功次数  $N = 6 \times \frac{n}{2} = 3n$  .....1分

每次做功  $W_0 = FL$  .....1分

$t$  时间内总功  $W = N W_0 = P_m t$  .....1分

气缸横截面积  $S = \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2$  .....1分

压强  $p = \frac{F}{S}$  .....1分

由以上各式求得燃气对活塞产生的平均压强  $p = \frac{4P_m t}{3n\pi D^2 L}$  .....1分

9.答案：(1) 6V (2) 8种 22W 2W (3) 见解析

【解析】(1) 根据  $Q = \frac{U^2}{R_2} t$  得  $U = \sqrt{\frac{QR_2}{t}} = \sqrt{\frac{360 \times 6}{60}} \text{V} = 6 \text{V}$  .....2分

(2) 共8种 (其中三串1种、三并1种、两串后并3种、两并后串3种) .....2分

三并总功率最大:  $\frac{1}{R_{\text{并}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$   $R_{\text{并}} = \frac{18}{11} \Omega$  .....1分

$P_{\text{max}} = \frac{U^2}{R_{\text{并}}} = 22 \text{W}$  .....1分

三串总功率最小:  $R_{\text{串}} = R_1 + R_2 + R_3 = 18 \Omega$  .....1分

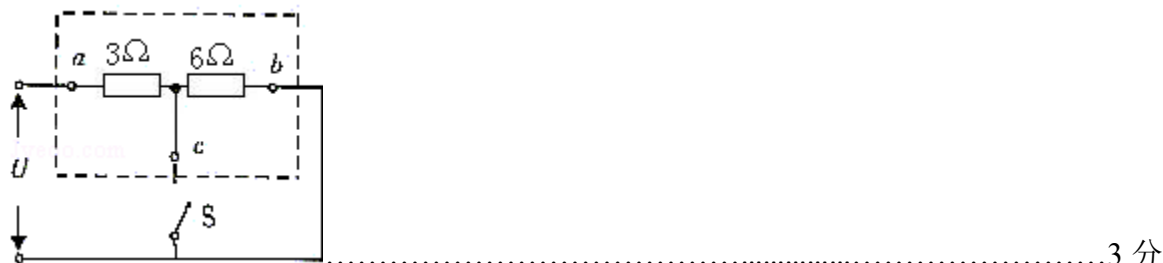
$P_{\text{min}} = \frac{U^2}{R_{\text{串}}} = 2 \text{W}$  .....1分

(3) 根据题意知: S 闭合时电路消耗的总功率是 S 断开时电路消耗总功率的3倍,  
即  $P_{\text{闭合}}:P_{\text{断开}}=3:1$ ,

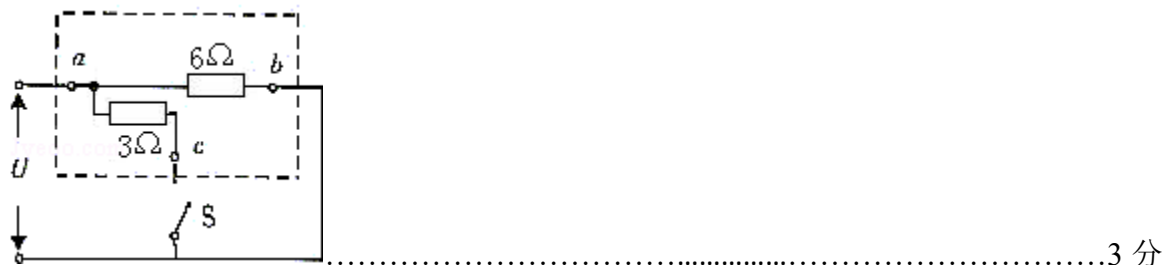
$\therefore$  在电源电压一定的情况下, 根据  $P = \frac{U^2}{R}$  可知:  $R_{\text{闭合}}:R_{\text{断开}}=1:3$ ,

所以选取电阻  $R_2=6\Omega$ ,  $R_3=3\Omega$ , 两个电阻的连接方式要么串联, 要么并联; 在串联电路中, 开关控制整个电路, 或者和其中的一个电阻并联; 在并联电路中, 开关位于干路, 或者位于其中一个支路, 据此画出可能的连接电路;

故方式一:



故方式二:



10.答案：(1) 3N      (2) 12V      (3)  $2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$       (4)  $5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$

【解析】(1) 浸没时：

$$F_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} V_{\text{排}} g = 1.0 \times 10^3 \text{kg/m}^3 \times 300 \times 10^{-6} \text{m}^3 \times 10 \text{N/kg} = 3 \text{N} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

(2) 当  $M$  浸没时，弹簧拉力  $F_1 = G - F_{\text{浮}} = 15 \text{N} - 3 \text{N} = 12 \text{N} \dots\dots\dots 1 \text{分}$

$$Q \frac{F_1}{\Delta x_1} = \frac{F_2}{\Delta x_2} \quad \text{即} \quad \frac{12 \text{N}}{\Delta x_1} = \frac{15 \text{N}}{10 \text{cm}} \quad \therefore \Delta x_1 = 8 \text{cm} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$R_{PB} = (15 - 8) \text{cm} \times \frac{15 \Omega}{15 \text{cm}} = 7 \Omega \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$I = \frac{U_{PB}}{R_{PB}} = \frac{4.2 \text{V}}{7 \Omega} = 0.6 \text{A} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\text{电源电压 } U = I(R_0 + R_{AB}) = 0.6 \text{A} (5 \Omega + 15 \Omega) = 12 \text{V} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

(3) 当  $U'_{PB} = 5.4 \text{V}$  时

$$R'_{PB} = \frac{U'_{PB}}{I} = \frac{5.4 \text{V}}{0.6 \text{A}} = 9 \Omega \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$R'_{AP} = R_{AB} - R'_{PB} = 15 \Omega - 9 \Omega = 6 \Omega \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\Delta x' = \frac{R'_{AP}}{1 \Omega / \text{cm}} = \frac{6 \Omega}{1 \Omega / \text{cm}} = 6 \text{cm} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$Q F = k \Delta x$$

$$\therefore k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{15 \text{N}}{10 \text{cm}} = 1.5 \text{N/cm}$$

$$F' = k \Delta x' = 1.5 \text{N/cm} \times 6 \text{cm} = 9 \text{N} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$F'_{\text{浮}} = G - F' = 15 \text{N} - 9 \text{N} = 6 \text{N}$$

由  $F_{\text{浮}} = \rho_{\text{液}} V_{\text{排}} g$  得

$$\rho_{\text{液}} = \frac{F'_{\text{浮}}}{V_{\text{排}} g} = \frac{6 \text{N}}{300 \times 10^{-6} \text{m}^3 \times 10 \text{N/kg}} = 2 \times 10^3 \text{kg/m}^3 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

(4) 当  $F''_{\text{浮}} = 15 \text{N}$  时，即物体  $M$  受到的浮力最大，被测液体密度最大，则

$$\rho_{\text{液}}'' = \frac{F''_{\text{浮}}}{V_{\text{排}} g} = \frac{15 \text{N}}{300 \times 10^{-6} \text{m}^3 \times 10 \text{N/kg}} = 5 \times 10^3 \text{kg/m}^3 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$