

2021 年福州一中高中招生测试(“植基”计划, 数学类数学子项)

基础素养测试

数学答案

一. 选择题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1.C 2.B 3.D 4.C 5.A 6.D

二. 填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

7. $\frac{1}{12}$ 8. 31 9. 0 10. 6

三. 解答题(本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分)

11. 【解析】(1) $Q PD$ 平分 $\angle APC$

$$\therefore \angle APD = \angle DPC \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$Q AP$ 为 $e O$ 的切线

$$\therefore \angle PAB = \angle ACP \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle PAB + \angle APD = \angle ACP + \angle DPC$$

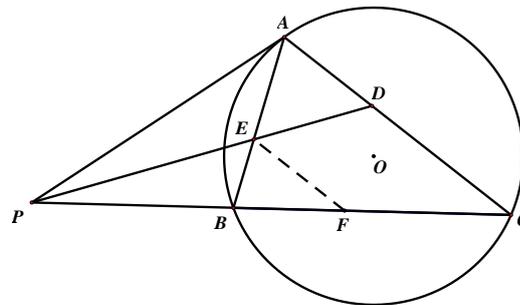
$$\text{即 } \angle AED = \angle ADP \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\therefore AE = AD \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 BC 于 F ,

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC} \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$



$Q EF \parallel AC$

$$\therefore \angle BFE = \angle ACP$$

$$\therefore \angle BFE = \angle PAE$$

又因为 $PE = PE$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle FPE \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\therefore AE = FE, \therefore AD = EF \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{BE}{AB} + \frac{CD}{AC} = \frac{EF}{AC} + \frac{CD}{AC} = \frac{AD}{AC} + \frac{CD}{AC} = \frac{AC}{AC} = 1 \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

12. 【解析】(1) $Qm > 0$, $\Delta = \frac{4}{m} - 4(1-m) = 4\left(m + \frac{1}{m} - 1\right) \geq 4 > 0$, (1分)

设 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$, 则 $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2}{\sqrt{m}}, \\ x_1 x_2 = 1 - m. \end{cases}$

$AB = |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = 2\sqrt{m + \frac{1}{m} - 1}$ (3分)

又因为矩形 $ABCD$ 经过该二次函数的顶点,

$\therefore BC = \left| \frac{4ac - b^2}{4a} \right| = \left| \frac{4(1-m) - \frac{4}{m}}{4} \right| = \left| m + \frac{1}{m} - 1 \right|$, (4分)

当矩形为正方形时, $AB = BC$,

即 $2\sqrt{m + \frac{1}{m} - 1} = \left| m + \frac{1}{m} - 1 \right|$, 所以 $m + \frac{1}{m} - 1 = 4$, (5分)

解得 $m = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ (6分)

(2) 设 $t = \sqrt{m + \frac{1}{m} - 1} \geq 1$

则周长 $l = 2\left(\left| m + \frac{1}{m} - 1 \right| + 2\sqrt{m + \frac{1}{m} - 1}\right) = 2(t^2 + 2t) = 2[(t+1)^2 - 1] \geq 6$ (9分)

当且仅当 $t = 1$, 即 $m = 1$ 时, 周长取最小值 6. (10分)

13. 【解析】(1) 由题意, x_1, x_2, y_1, y_2 是 1, 2, 3, 4 的排列. 不妨设 $x_1 < x_2$ 且 $y_1 < y_2$. 直接枚举, 共有 6 种情况.

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (1, 2, 3, 4)$ 时, $A - B = 2 - 1 = 1$;

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (1, 3, 2, 4)$ 时, $A - B = 3 - 2 = 1$;

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (1, 4, 2, 3)$ 时, $A - B = 4 - 1 = 3$;

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (2, 3, 1, 4)$ 时, $A - B = 6 - 1 = 5$;

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (2, 4, 1, 3)$ 时, $A - B = 4 - 1 = 3$;

当 $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (3, 4, 1, 2)$ 时, $A - B = 12 - 1 = 11$.

综上所述, $A - B$ 的所有可能值是 1, 3, 5, 11. (3分)

(2) 不妨设 $x_1 < x_2 < L < x_n$ 且 $y_1 < y_2 < L < y_n$.

若 $x_n > y_1$. 则由最大公约数与最小公倍数的性质得 $A \mid x_n \mid y_1 \mid B$ (5分)

若 $x_n < y_1$, 则只可能 $(x_1, L, x_n) = (1, L, n)$ 且 $(y_1, L, y_n) = (n+1, L, 2n)$. 此时 $A^3 \mid n$ 而 $B = 1$, 故也有 $A > B$ (6分)

(3) 结合 (2), 只需说明 A, B 的奇偶性不同.

显然, $1, 2, L, 2n$ 中的偶数恰有 n 个. 下面分情况讨论.

情况一: 若 x_1, x_2, L, x_n 中有偶数, 且 y_1, y_2, L, y_n 中有奇数. 此时 A 是偶数, B 是奇数. (8分)

情况二: 若情况一不成立, 则只可能 x_1, x_2, L, x_n 就是所有 n 个奇数的排列且 y_1, y_2, L, y_n 是所有 n 个偶数的排列, 此时 A 是奇数, B 是偶数.

因此不论如何, A, B 的奇偶性不同. 又 $A > B$, 故 $A - B$ 是正奇数. (10分)

语文答案

1. C (3分)

【参考译文】

战国时的权术谋略之士，进行游说，合纵连横，都追求一时的利益，根本不考虑道义正理是非曲直在哪一方面。张仪欺蒙楚怀王，让楚国跟齐国断交并把秦国的商於之地献给楚王。陈轸劝谏道：“张仪一定会背弃大王，我们得不到商於，而齐国、秦国却会联合，这样做就是在北边断绝与齐国的交往，在西面又滋生来自秦国的忧患。”这些话可以说是正确的了。但是他又说：不如暗地里跟齐国联合而表面上跟它断交，派人跟着张仪，如果给我们土地，再跟齐国绝交不迟。这就说明陈轸没有深谋远虑，只以得到土地为目的。后来秦国果然背弃了盟约，楚王想要攻打秦国，陈轸又劝说道：“不如趁机奉送秦国一个著名都市，跟秦国合并军队去攻打齐国，这样我国在秦国丧失的土地，就可以从齐国那里得到补偿了。”这种决策更是荒谬不合道义，秦国把灭亡之路强加于楚国，楚国却打算把土地奉送给它。齐国本是同盟国，楚国竟要无故与之绝交！楚国应该向齐国割让土地赠送财物，用谦卑的辞令向齐国认错，再请求齐国援助，怎么能够反过来想攻打齐国呢！陈轸的主张在这里就太过疏失了。

2. B (2分)

3. (1) 不能。“跳”表示离地向上或向前的动作，有跃起、越过之意，能表现“秋”对“夏”浓厚积威的反抗和斗争，呈现出“秋”作为战士的形象；“逃”有逃跑、躲避之意，如果用“逃”，写出的是“秋”对“夏”的畏惧，这样“秋”成为没有气魄、没有使命担当的负面形象。用“逃”不符合本文所表现的“秋”的含义。(2分)

(2) “挣扎”表现出树叶在秋风摇撼下即将飘落而又不甘飘落的顽抗。“羞愤”表现出草木对曾经在夏日煊赫无比而今被怒喝鞭挞的羞愧与忿恨。(2分)

4. ①(从工作态度或方式上看)摧枯拉朽，不遗余力。“秋”借助秋风摇撼树木，“阵阵的打”；“驱逐炎夏”，跑遍城乡，呐喊怒吼。②(从工作对象上看)分清敌我，爱憎分明。“秋”敲打窗户、叫醒人们，催熟稻麦、催促收割；充满爱心。而对“夏”的帮凶则扯皮折枝、踢叶摔草，无情打击。③(从工作目的上看)扫清障碍，为春铺路。“秋”叛逆“炎夏”，把一切尽量破坏；获助“冬的风雪”，又“把一切根本破坏无遗”。这一切破坏，目的是“让春来把一切再造”。(6分，每点2分)

英语答案

选择题 每小题 1.5 分，共 9 分

1-6 CBDABD

翻译 每小题 3 分，共 6 分

1. Thanks to my teachers and my parents, I've made so much progress.

评分标准：满分 3 分，每个要点 1 分，扣完为止。

要点：1. thanks 提示词须使用 thanks to 这个短语；

2. 名词的复数(teachers and parents) ；

3. progress 不可数名词。

2. When China became known to other countries during the Han and Tang dynasties, the Tang costume got its name.

评分标准：满分 3 分，每个要点 1 分，扣完为止。

要点：1. costume, name 提示词须使用 the Tang costume, get one's name 短语；

2. 时态使用一般过去时；

3. “闻名于世” 允许有其他翻译形式，合理就给分；

4. dynasty 的拼写和复数形式。