

2021 年福州一中高中招生测试（市外、追梦计划）

理科素养测试参考答案

数学部分（满分 80 分）

一. 选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的）

1. A 2. C 3. A 4. B 5. D 6. B

二. 填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

7. $2 \leq a < 3$ 8. $\sqrt{10}$ 9. 3 10. 11

三. 解答题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

11. 【解析】（1）原式 = $1 + 9 - (\sqrt{3} - \frac{3}{2}) + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4 分)

$$= 10 - \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{23}{2}$$
 (5 分)

(2) 原式 = $\frac{a^4 - 2a^2 - 8}{a} \div \frac{a+2}{a(a-2)}$ (6 分)

$$= \frac{(a^2+2)(a^2-4)}{a} \cdot \frac{a(a-2)}{a+2}$$

$$= \frac{(a^2+2)(a-2)(a+2)}{a} \cdot \frac{a(a-2)}{a+2}$$
 (8 分)

$$= (a^2+2)(a-2)^2$$
 (9 分)

当 $a = 2 + \sqrt{2}$ 时，原式 = $2(8 + 4\sqrt{2}) = 16 + 8\sqrt{2}$ (10 分)

12. 【解析】（1）原问题等价于 $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases}$ (3 分)

所以 $\begin{cases} a^2 - 2a + 17 > 0 \\ \frac{a+3}{2} > 0 \\ \frac{a-1}{2} > 0 \end{cases}$, 所以 $\begin{cases} (a-1)^2 + 16 > 0 \\ a > -3 \\ a > 1 \end{cases}$, (4 分)

所以 $a > 1$ (5 分)

$$(2) \frac{x_1-2}{x_2-1} + \frac{x_2-2}{x_1-1} = \frac{(x_1-1)(x_1-2) + (x_2-1)(x_2-2)}{(x_1-1)(x_2-1)},$$

$$= \frac{x_1^2 + x_2^2 - 3(x_1+x_2) + 4}{x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1} = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3(x_1+x_2) + 4}{x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1} \dots\dots\dots(7 \text{分})$$

因为 $\begin{cases} x_1+x_2 = \frac{a+3}{2} \\ x_1x_2 = \frac{a-1}{2} \end{cases}$, 所以 $\frac{x_1+5}{x_2-1} + \frac{x_2+5}{x_1-1} = \frac{(\frac{a+3}{2})^2 - (a-1) - \frac{3}{2}(a+3) + 4}{\frac{a-1}{2} - \frac{a+3}{2} + 1}$

$$= \frac{a^2 - 4a + 11}{-4} = -\frac{1}{4}(a-2)^2 - \frac{7}{4} \dots\dots\dots(9 \text{分})$$

当 $a=2$ 时, $\frac{x_1-2}{x_2-1} + \frac{x_2-2}{x_1-1}$ 取得最大值, 最大值为 $-\frac{7}{4}$. $\dots\dots\dots(10 \text{分})$

13. 【解析】(1) 连接 OC , OD

AB 是 $\odot O$ 的直径时,

AD, BC 是 $\odot O$ 的切线, 由切线长定理, 得

OD, OC 分别平分 $\angle AOE, \angle BOE$, $\dots\dots\dots(1 \text{分})$

$\therefore \angle DOC = 90^\circ$

$\therefore CD$ 为 $\odot O$ 的切线,

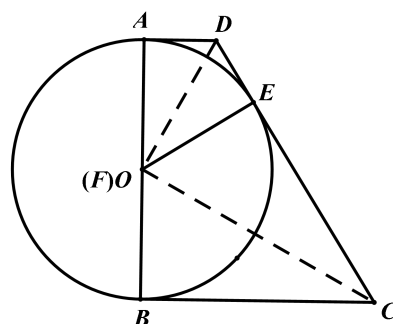
$\therefore \angle OED = \angle OEC = 90^\circ \dots\dots\dots(2 \text{分})$

$\therefore \triangle OED \sim \triangle CEO$

$\therefore \frac{OE}{CE} = \frac{DE}{OE}, OE^2 = CE \cdot DE \dots\dots\dots(3 \text{分})$

$\therefore AF = OE = BF$

$\therefore AF \cdot BF = CE \cdot DE \dots\dots\dots(4 \text{分})$



(2) 结论仍然成立. $\dots\dots\dots(5 \text{分})$

理由如下:

连接 OC, OD, FC, FD, EA, EB

$\therefore \angle DAF = \angle DEF = \angle CEF = \angle CBF = 90^\circ$,

$\therefore A, F, E, D$ 四点共圆, B, C, E, F 四点共圆 $\dots\dots\dots(6 \text{分})$

由弦切角定理得, $\angle AED = \angle ABE, \angle BEC = \angle EAB \dots\dots(7 \text{分})$

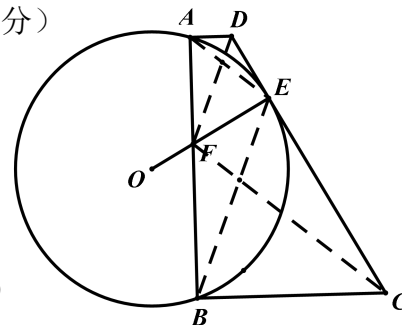
$\therefore \angle AFD = \angle AED = \angle ABE = \angle FCE,$

$\angle BFC = \angle BEC = \angle EAB = \angle FDE$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle EFC, \triangle DEF \sim \triangle FBC \dots\dots\dots(8 \text{分})$

$\therefore \frac{AF}{EC} = \frac{DF}{FC}, \frac{DE}{FB} = \frac{DF}{FC} \dots\dots\dots(9 \text{分})$

$\therefore \frac{AF}{EC} = \frac{DE}{FB}$, 即 $AF \cdot BF = CE \cdot DE \dots\dots\dots(10 \text{分})$



14. 【解析】(1) $\because y = kx + 3$ 过 A 点,

$$\therefore -3k + 3 = 0, \quad k = 1, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

\because 抛物线 C_1 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, $B(5, 0)$ 两点, 且顶点为 C ,

$$\therefore x_c = \frac{-3+5}{2} = 1, y_c = 1+3 = 4, \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=4 \\ 25a+5b+c=0 \\ 9a-3b+c=0 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases}, \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{15}{4} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) $\because EF \parallel MD, \angle AEF = \angle AME,$

$$\therefore \angle AEF = \angle ADM = \angle AME, \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

又 $\because \angle DAM = \angle DAM,$

$$\therefore \triangle AEM \sim \triangle AMD,$$

$$\therefore AM^2 = AE \cdot AD, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

沿 AC 方向平移可以看作右移 t 个单位再上移 t 个单位

$$\text{则平移后的抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{4}(x-t-1)^2 + 4+t, \quad E(t-3, t), \quad D(t+1, t+4)$$

$$\therefore AE = \sqrt{2}t, \quad AD = \sqrt{2}(t+4) \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

$$\text{令 } -\frac{1}{4}(x-t-1)^2 + 4+t = 0, \text{ 由求根公式解得: } M(1+t+2\sqrt{t+4}, 0)$$

$$\therefore AM = 4+t+2\sqrt{t+4} \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\therefore (t+4+2\sqrt{t+4})^2 = \sqrt{2}t \cdot \sqrt{2}(t+4), \text{ 令 } \sqrt{t+4} = m, \text{ 则 } t = m^2 - 4$$

$$\text{原方程化为 } (m^2 + 2m)^2 = 2(m^2 - 4)m^2, \quad m^2 - 4m - 12 = 0 \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$\because m \geq 0, \therefore m = 6, \quad \therefore t = 32$$

$$\therefore D(33, 36) \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

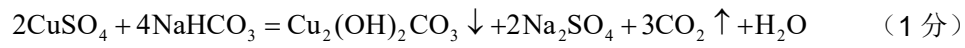
理科综合（物理、化学、生物）参考答案（满分 40 分）

1. A 2.A 3.B 4.A 5.D 6.C 7.A 8.B 9.B 10.D

11.取洗净后的绿色固体，加入足量的盐酸或稀硝酸，产生大量气泡，振荡后滴加 BaCl_2 或 $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ 溶液，无现象，则该固体只含碱式碳酸铜。（1分）

<（1分）

甲（1分）



12.减小 缩短 13. (1) $4f$ (2) <

14. 2 4 15. $v' = \frac{H}{H-h}v$ 16. 10