

2020 年福州一中高中招生测试(“植基”计划)基础素养测试

数学答案

一、选择题(每题4分,共12分.)

1. B 2. C 3. D

二、填空题(每题4分,共8分.)

4. $\frac{2}{9}$ 5. 14

三、解答题(第6题12分,第7题13分,共25分.)

6. 解: (1) 令 $x^2 + mx + m^2 = 3x - 3$, 整理得 $x^2 + (m-3)x + m^2 + 3 = 0$

依题意, $\Delta = 0$, 即 $(m-3)^2 - 4(m^2 + 3) = 0$ 2分

整理得 $3m^2 + 6m + 3 = 0$, 所以 $3(m+1)^2 = 0$, 则 $m = -1$4分

(2) $y = (x + \frac{m}{2})^2 + \frac{3m^2}{4}$, 对称轴为 $x = -\frac{m}{2}$5分

①当 $m+1 \leq -\frac{m}{2}$, 即 $m \leq -\frac{2}{3}$ 时,

在 $m \leq x \leq m+1$ 范围内, y 随 x 的增大而减小

所以, 当 $x = m+1$ 时, y 有最小值, 最小值为 $(\frac{3m}{2} + 1)^2 + \frac{3m^2}{4} = 3m^2 + 3m + 1$

则 $3m^2 + 3m + 1 = 7$, 即 $m^2 + m - 2 = 0$, 解得 $m = -2$ 或 $m = 1$ (舍去).

.....7分

②当 $m < -\frac{m}{2} < m+1$, 即 $-\frac{2}{3} < m < 0$ 时,

在 $m < x \leq -\frac{m}{2}$ 范围内, y 随 x 的增大而减小

在 $-\frac{m}{2} < x < m+1$ 范围内, y 随 x 的增大而增大

所以, 当 $x = -\frac{m}{2}$ 时, y 有最小值, 最小值为 $\frac{3m^2}{4}$

则 $\frac{3m^2}{4} = 7$, 得 $m^2 = \frac{28}{3}$, 不合题意.

.....9分

③当 $m \geq -\frac{m}{2}$, 即 $m \geq 0$ 时,

在 $m \leq x \leq m+1$ 范围内, y 随 x 的增大而增大

所以, 当 $x = m$ 时, y 有最小值, 最小值为 $3m^2$

则 $3m^2 = 7$, 解得 $m = \frac{\sqrt{21}}{3}$, ($m = -\frac{\sqrt{21}}{3}$ 舍去).11 分

综上, $m = -2$ 或 $m = \frac{\sqrt{21}}{3}$12 分

7. 解: 易知, 这 12 个人恰好是第 2 至第 13 层各住 1 人.

对于每个乘电梯上下楼的人, 他所住的层数一定大于直接走楼梯上楼的人所住的层数.

今设电梯停在第 x 层, 在第一层有 y 人直接走楼梯上楼, 第 $y+1$ 层及以下的人直接走楼梯上楼, 第 $y+2$ 层及以上的人乘电梯, 则总疲劳值最小的关键在于如何确定 x 与 y 的值.2 分

现把人分为 3 类, 一类为下电梯后上楼, 一类为下电梯后下楼, 最后一类为直接走楼梯上楼, 那么分别计算这三类疲劳值的和 S_1, S_2, S_3 .

$$S_1 = 3[1+2+\cdots+(13-x)] \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$S_2 = 1+2+\cdots+(x-y-1-1) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$S_3 = 3(1+2+\cdots+y) \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

疲劳值总和 $S = S_1 + S_2 + S_3$

$$\begin{aligned} &= \frac{3(13-x)(14-x)}{2} + \frac{3y(y+1)}{2} + \frac{(x-y-2)(x-y-1)}{2} \\ &= 2x^2 - xy - 42x + 2y^2 + 3y + 274 \\ &= 2x^2 - (42+y)x + 2y^2 + 3y + 274 \\ &= 2\left(x - \frac{42+y}{4}\right)^2 + \frac{15}{8}(y-2)^2 + 46 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分} \end{aligned}$$

显然, 当 $y = 2, x = 11$ 时, 疲劳值总和最小值为 46

所以, 当电梯停在第 11 层时, 第 2 层与第 3 层的人不坐电梯直接走楼梯上楼, 疲劳值总和最小, 最小值为 46.13 分